

PROBLEMAS DE LÓGICA MATEMÁTICA

© Prof. Eng° Luiz Antonio Vargas Pinto

A lenda do xadrez

O Homem que Calculava narra as aventuras de um singular calculista persa - um romance infanto-juvenil do escritor brasileiro Malba Tahan (heterônimo¹ do professor Júlio César de Mello e Souza²), que narra as aventuras e proezas matemáticas do calculista persa Beremiz Samir na Bagdá do século XIII. Foi publicado pela primeira vez em 1939[carece de fontes] e já chegou a sua 71ª edição.

A narrativa, dentro da paisagem do mundo islâmico medieval, trata das peripécias matemáticas do protagonista, que resolve e explica, de modo extraordinário, diversos problemas, quebra-cabeças e curiosidades da matemática. Inclui, ainda, lendas e histórias pitorescas, como, por exemplo, a lenda da origem do jogo de xadrez e a história da filósofa e matemática Hipátia de Alexandria. Sem ser um livro didático, tem, contudo, uma forte tonalidade moralista.

Diz em um capítulo, Beremiz:

Difícil será descobrir, dada a incerteza dos documentos antigos, a época precisa em que viveu e reinou na Índia um príncipe chamado Iadava, senhor da província de Taligana. Fora, porém, injusto ocultar que o nome deste monarca vem sendo apontado por vários historiadores hindus, como dos soberanos mais ricos e generosos do seu tempo.

A guerra, com o cortejo fatal de suas calamidades, muito amargou a existência do rei Iadava, transmutando-lhe o ócio e gozo da realeza nas mais inquietantes atribulações. Adstrito ao dever, que lhe impunha a coroa, de zelar pela tranqüilidade de seus súditos, viu-se o nosso bom e generoso monarca forçado a empunhar a espada para repelir, à frente de pequeno exército, um ataque insólito e brutal do aventureiro Varangul, que se dizia príncipe de Caliã.

O choque violento das forças rivais juncou de mortos os campos de Dacsina e tingiu de sangue as águas sagradas do Rio Sandhu. O rei Iadava possuía - pelo que nos revela a crítica dos historiadores - invulgar talento para a arte militar; sereno em face da invasão iminente, elaborou um plano de batalha, e tão hábil e feliz em executá-lo, que logrou vencer e aniquilar por completo os pérfidos perturbadores da paz de seu reino.

O triunfo sobre os fanáticos de Varangul custou-lhe, infelizmente, pesados sacrifícios; muitos jovens xatrias (militares) pagaram com a vida a segurança de um trono para prestígio de uma dinastia; e entre os mortos, com o peito varado por uma flecha, lá ficou no campo de combate o príncipe Adjmir, filho do rei Iadava,

¹ Quando o personagem possui personalidade própria

² (★Rio de Janeiro, 6 de maio de 1895 - † Recife, 18 de junho de 1974), mais conhecido pelo heterônimo de Malba Tahan, Escritor e Matemático brasileiro. Através de seus romances foi um dos maiores divulgadores da matemática no Brasil.

que praticamente se sacrificou no mais aceso da refrega, para salvar a posição que deu aos seus a vitória final.

Terminada a cruenta campanha e assegurada a nova linha de suas fronteiras, regressou o rei ao suntuoso palácio de Andra, baixando, porém, formal proibição de que se realizassem as ruidosas manifestações com que os hindus soíam festejar os grandes feitos guerreiros. Encerrado em seus aposentos, só aparecia para atender os ministros e sábios brâmanes quando algum grave problema nacional o chamava a decidir, como chefe de Estado, no interesse e para a felicidade de seus súditos.

Com o andar dos dias, longe de se apagarem as lembranças da penosa campanha, mais se agravaram a angústia e a tristeza que, desde então, oprimiam o coração do rei. De que lhe poderiam servir, na verdade, os ricos palácios, os elefantes de guerra, os tesouros imensos, se já não mais vivia a seu lado que sempre fora a razão de ser de sua existência? Que valor podiam ter, aos olhos de um pai inconsolável, as riquezas materiais que não apagam nunca a saudade do filho estremecido?

As peripécias da batalha em que pereceu o príncipe Adjamir não lhe saíam do pensamento. O infeliz monarca passava longas horas traçando, sobre uma caixa de areia, as diversas manobras executadas pelas tropas durante o assalto. Com um sulco indicava a marcha da infantaria; ao lado, paralelo ao primeiro, outro traço mostrava o avanço dos elefantes de guerra; um pouco mais baixo, representada por pequenos círculos dispostos em simetria, perfilava a destemida cavalaria chefiada por um velho radj (chefe militar) que se dizia sob a proteção de Techandra, a deusa da lua. Ainda por meio de gráficos esboçava o rei a posição das colunas inimigas desvantajosamente colocadas, graças à sua estratégia, no campo em que se feriu a batalha decisiva.

Uma vez completado o quadro dos combatentes, com as minudências que pudera evocar, o rei tudo apagava, para recomeçar novamente, como se sentisse íntimo gozo em reviver os momentos passados na angústia e na ansiedade.

À hora matinal em que chagavam a palácio os velhos brâmanes para a leitura dos Vedas, já o rei era visto a riscar na areia os planos de uma batalha que se reproduzia interminavelmente.

- Infeliz monarca! - murmuravam os sacerdotes penalizados. - Proceda como um sudra (escravo) a quem deus privou da luz da razão. Só Dhanoutara, deusa poderosa e clemente, poderá salvá-lo!

E os brâmanes erguiam preces, queimavam raízes aromáticas, implorando à eterna zeladora dos enfermos que amparasse o soberano de Taligana.

Um dia, afinal, foi o rei informado de que um moço brâmane - pobre e modesto - solicitava uma audiência que vinha pleiteando havia já algum tempo. Como estivesse, no momento, com boa disposição de ânimo, mandou o rei que trouxessem o desconhecido à sua presença.

Conduzido a grande sala do trono, foi o brâmane interpelado, conforme as exigências da praxe, por um dos vizires do rei.

- Quem és, de onde vens e que desejas daquele que, pela vontade de Vichnu (segundo membro da trindade bramânica), é rei e senhor de Taligana?

- Meu nome - respondeu o jovem brâmane - é Lahur Sessa e venho da aldeia de Namir, que trinta dias de marcha separam desta bela cidade. Ao recanto em que eu vivia chegou a notícia de que nosso bondoso rei arrastava os dias em meio de profunda tristeza, amargurado pela ausência de um filho que a guerra viera roubar-lhe. Grande mal será para o país, pensei, se o nosso dedicado soberano se enclausurar, como um brâmane cego, dentro de sua própria dor. Deliberei, pois, inventar um jogo que pudesse distraí-lo e abrir em seu coração as portas de novas alegrias. É esse o desvalioso presente que desejo neste momento oferecer ao nosso rei Iadava.

Como todos os grandes príncipes citados nesta ou naquela página da História, tinha o soberano hindu o grave defeito de ser excessivamente curioso. Quando o informaram da prenda de que o moço brâmane era portador, não pôde conter o desejo de vê-la e apreciá-la sem mais demora.

O que Sessa trazia ao rei Iadava num grande tabuleiro quadrado, dividido em sessenta e quatro quadradinhos, ou casas, iguais: sobre esse tabuleiro colocavam-se, não arbitrariamente, duas coleções de peças que se distinguiam, uma da outra, pelas cores branca e preta, repetindo, porém, simetricamente, os engenhosos formatos e subordinados a curiosas regras que lhes permitiam movimentar-se por vários modos.

Sessa explicou pacientemente ao rei, aos vizires e cortesãos que rodeavam o monarca, em que constituía o jogo, ensinando-lhes as regras essenciais:

- Cada um dos partidos dispõe de oito peças pequeninas - os peões. Representam a infantaria, que ameaça avançar sobre o inimigo para desbaratá-lo. Secundando as ações dos peões vêm os elefantes de guerra, representados por peças maiores e mais poderosas; a cavalaria indispensável no combate, aparece, igualmente no jogo, simbolizada por duas peças que podem saltar, como dois corcéis, sobre as outras; e, para intensificar o ataque, incluem-se - para representar os guerreiros cheios de nobreza e prestígio - os dois vizires do rei. Outra peça dotada de amplos movimentos, mais eficiente e poderosa do que as demais, representará o espírito de nacionalidade do povo e será chamada rainha. Completa a coleção uma peça que isolada pouco vale, mas se torna muito forte quando amparada pelas outras. É o rei.

O rei Iadava, interessado pelas regras do jogo, não se cansava de interrogar o inventor:

- E por que é a rainha mais forte e poderosa que o próprio rei?

- É mais poderosa - argumentou Sessa - porque a rainha representa, nesse jogo, o patriotismo do povo. A maior força do trono reside, principalmente, na exaltação de seus súditos. Como poderia o rei resistir ao ataque dos adversários, se não contasse com o espírito de abnegação e sacrifício daqueles que o cercam e zelam pela integridade da pátria?

Dentro de poucas horas o monarca, que aprendera com rapidez todas as regras do jogo, já conseguia derrotar seus dignos vizires em partidas que se desenrolavam impecáveis sobre o tabuleiro.

Sessa, de quando em quando, intervinha respeitoso para esclarecer uma dúvida ou sugerir novo plano de ataque e defesa.

Em dado momento, o rei fez notar, com grande surpresa, que a posição das peças, pelas combinações resultantes dos diversos lances, parecia reproduzir exatamente a batalha de Dacsina.

- Reparei - ponderou o inteligente brâmane - que para conseguir a vitória, indispensável se torna de sua parte, o sacrifício deste vizir!

E indicou precisamente a peça que o rei Iadava, no desenrolar da partida - por vários motivos - grande empenho pusera em defender e conservar.

O judicioso Sessa demonstrava, desse modo, que o sacrifício de um príncipe é, por vezes, imposto como uma fatalidade, para que dele resultem a paz e a liberdade de um povo.

Ao ouvir tais palavras, o rei Iadava, sem ocultar o entusiasmo que lhe dominara o espírito, assim falou:

- Não creio que o engenho humano possa produzir maravilha comparável a este jogo interessante e instrutivo! Movendo estas tão simples peças, aprendi que um rei nada vale sem o auxílio e a dedicação constante de seus súditos. E que, às vezes, o sacrifício de um simples peão vale mais, para a vitória, do que a perda de uma poderosa peça.

E, dirigindo-se ao jovem brâmane, disse-lhe:

- Quero recompensar-te, meu amigo, por este maravilhoso presente, que de tanto me serviu para alívio de velhas angústias. Dize-me, pois, o que desejas, para que eu possa, mais uma vez demonstrar o quanto sou grato àqueles que se mostram dignos de recompensa.

As palavras com que o rei traduziu o generoso oferecimento deixaram Sessa imperturbável. Sua fisionomia serena não traía a menor agitação, a mais significativa mostra de alegria ou surpresa. Os vizires Olhavam-no atônitos e entreolhavam-se pasmos diante da apatia de uma cobiça a que se dava o direito da mais livre expansão.

- Rei poderoso! - redargüiu o jovem com doçura e altivez - Não desejo, pelo presente que hoje vos trouxe, outra recompensa além da satisfação de ter proporcionado ao senhor de Taligana um passatempo agradável que lhe vem aligeirar as horas dantes alongadas por acabrunhante melancolia. Já estou portanto, sobejamente aquinhoado e outra qualquer para seria excessiva.

Sorriu, desdenhosamente, o bom soberano, ao ouvir aquela resposta que refletia um desinteresse tão raro entre os ambiciosos hindus. E, não crendo na sinceridade das palavras de Sessa, insistiu:

- Causa-me assombro tamanho desdém e desamor aos bens materiais, ó jovem! A modéstia, quando excessiva, é como o vento que apaga o archote cegando o viandante nas trevas de uma noite interminável. Para que possa o homem vencer os múltiplos obstáculos que se lhe deparam na vida, precisa ter o espírito preso as raízes de uma ambição que o impulsione a um ideal qualquer. Exijo, portanto, que escolhas, sem mais demora, uma recompensa digna de tua oferta. Queres uma bolsa cheia de ouro? Desejas uma arca repleta de jóias? Já pensastes em possuir um palácio? Almejas a administração de uma

província? aguardo tua resposta, por isso que a minha promessa está ligada a minha palavra!

- Recusar o vosso oferecimento depois de suas últimas palavras - acudiu Sessa - seria menos descortesia do que desobediência ao rei. Vou, pois, aceitar, pelo jogo que inventei, uma recompensa que corresponde à vossa generosidade; não desejo, contudo, nem ouro, nem terras ou palácios. Peço o meu pagamento em grãos de trigo.

- Grãos de trigo? - estranhou o rei, sem ocultar o espanto que lhe causava semelhante proposta. - como poderei pagar-te com tão significativa moeda?

- nada mais simples - elucidou Sessa - dar-me-eis um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro; dois pela segunda, quatro pela terceira, oito pela quarta, e, assim sucessivamente, até a sexagésima quarta e última casa do tabuleiro. Peço-vos, ò rei, de acordo com vossa magnânima oferta, que autorizeis o pagamento em grãos de trigo, e assim como indiquei!

Não só o rei como os vizires e veneradores brâmanes presentes riram-se, estrepitosamente, ao ouvir a estranha solicitação do jovem. A desambição que ditara aquele pedido era, na verdade, de causar assombro a quem menos apego tivesse aos lucros materiais da vida. O moço brâmane, que bem poderia obter do rei um palácio em uma província, contentava-se com grãos de trigo!

- Insensato! - clamou o rei - Onde foste aprender tão grande desamor à fortuna? A recompensa que me pedis é ridícula. Bem sabes que há, num punhado de trigo, número incontável de grãos. Devemos compreender, portanto, que com duas ou três medidas de trigo eu te pagarei folgadoamente, consoante ao teu pedido, pelas sessenta e quatro casas do tabuleiro. É certo, pois, que pretendes uma recompensa que mal chegará para distrair, durante alguns dias, a fome do último pária do meu reino. Enfim, visto que minha palavra foi dada, vou expedir ordens para que o pagamento se faça imediatamente, conforme o teu desejo.

Mandou o rei chamar os algebristas mais hábeis da corte e ordenou-lhes calculassem a porção de trigo que Sessa pretendia.

Os sábios calculistas, ao cabo de algumas horas de acurados estudos, voltaram ao salão para submeter ao rei o resultado completo de seus cálculos.

Perguntou-lhes o rei, interrompendo a partida que então jogava:

- Com quantos grãos de trigo poderei, afinal, desobrigar-me da promessa que fiz ao jovem Sessa?

- Rei magnânimo! - declarou o mais sábio dos matemáticos. - Calculamos o número de grãos de trigo que constituirá o pagamento pedido por Sessa, e obtivemos um número cuja grandeza é inconcebível para a imaginação humana. Avaliamos, em seguida, com o maior rigor, a quantas ceiras (unidade de medida) corresponderia esse número total de grãos, e chegamos à seguinte conclusão: a porção de trigo que deve ser dada a Lahur Sessa equivale a uma montanha que, tendo por base a cidade de Taligana, seria cem vezes mais alta que o Himalaia! A Índia inteira semeada todos os seus campos, taladas todas as suas cidades, não produziria em dois mil séculos

a quantidade de trigo que, pela vossa promessa, cabe, em pleno direito, ao jovem Sessa!

Como descrever aqui a surpresa e o assombro que essas palavras causaram ao rei Iadava e a seus dignos vizires? O soberano hindu viu-se, pela primeira vez, diante a impossibilidade de cumprir a palavra dada.

Lahur Sessa - rezam as crônicas do tempo - como bom súdito, não quis deixar aflito o seu soberano. Depois de declarar publicamente que abriria mão do pedido que fizera, dirigiu-se respeitosa-mente ao monarca e assim falou:

- Meditai, ó Rei, sobre a grande verdade que os brâmanes prudentes tantas vezes repetem: os homens mais avisados iludem-se, não só diante da aparência enganadora dos números, mas também com a falsa modéstia dos ambiciosos. Infeliz daquele que toma sobre os ombros o compromisso de uma dívida cuja grandeza não pode avaliar com a tábua de cálculo de sua própria argúcia. Mais avisado é o que muito pondera e pouco promete!

E, após ligeira pausa, acrescentou:

- menos aprendemos com a ciência vã dos brâmanes do que com a experiência direta da vida e das suas li

Só por curiosidade o número é 18.446.774.073.709.551.615

Como seriam, então, os cálculos para a obtenção desse número?

Primeira casa: $1 \cdot 1 = 1$ grão

Segunda casa: $2 \cdot 1 = 2$ grãos

Terceira casa: $2 \cdot 2 = 4$ grãos

Quarta casa: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ grãos

Quinta casa: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ grãos

Sexta casa: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ grãos

Sétima casa: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ grãos

Oitava casa: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$ grãos

Nona casa: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$ grãos

E assim por diante. Adicionando todos os resultados das 64 casas do tabuleiro de xadrez, encontraremos o número 18.446.774.073.709.551.615.

O símbolo da potência:

Para indicar multiplicações com fatores iguais, o homem criou a potenciação. Assim, para indicar $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, por exemplo, usamos o símbolo 2^7 , denominado potência de base 2 e expoente 7.

1º) Um carro possui um tanque com capacidade de 50 litros e um desempenho de 10 Km/litro. Ele precisa percorrer uma distância de 1045 Km. Para isso, ele abastece duas vezes durante o percurso, enchendo de cada vez com $\frac{3}{4}$ do tanque. Após chegar ao destino, ainda tem uma autonomia de 30 Km. Pergunta-se: Quanto havia de combustível no tanque, no início da viagem ?

2º)Um número possui dois algarismos. Somando-se os seus algarismos, teremos 12. Invertendo os seus algarismos, este mostra um novo número que tem 18 a mais que o anterior. Qual é o número ?

3º)Três amigos almoçam em um restaurante. Após a refeição, o garçom apresenta a conta: R\$ 25,00. A divisão é simples, cada um dá R\$ 10,00 ao caixa que retira os R\$ 25,00 e devolve 5 notas de R\$ 1,00 ao garçom. Este devolve aos clientes que pegam R\$ 1,00 cada um e entregam os dois restantes ao garçom. Mas observe que como cada um deles recebeu R\$ 1,00 significa que cada um pagou R\$ 9,00 pois deu R\$ 10,00 e recebeu R\$ 1,00. Assim, 3 vezes 9 é R\$ 27,00 com os R\$ 2,00 do garçom, totaliza R\$ 29,00. Mas cada um deu R\$ 10,00 totalizando R\$ 30,00, portanto podemos admitir que está faltando R\$ 1,00. Explique.

4º)Numa conversa entre um bebê e sua mãe, este se declarou através de uma frase. Descubra-a resolvendo a seguinte equação na variável X.

$$m x + \frac{1}{a} (x + te) = m (x + o) \quad \text{onde } a \neq 0$$

5º)Um dos mais interessantes problemas citados na obra "O homem que calculava" do escritor *Malba Than*, é aquele onde existiam nove esferas de mesma cor e tamanho, porém, uma delas mais pesada que as demais. O desafio é como identificá-la seguramente dispondo de uma balança de dois pratos e com apenas duas pesagens.