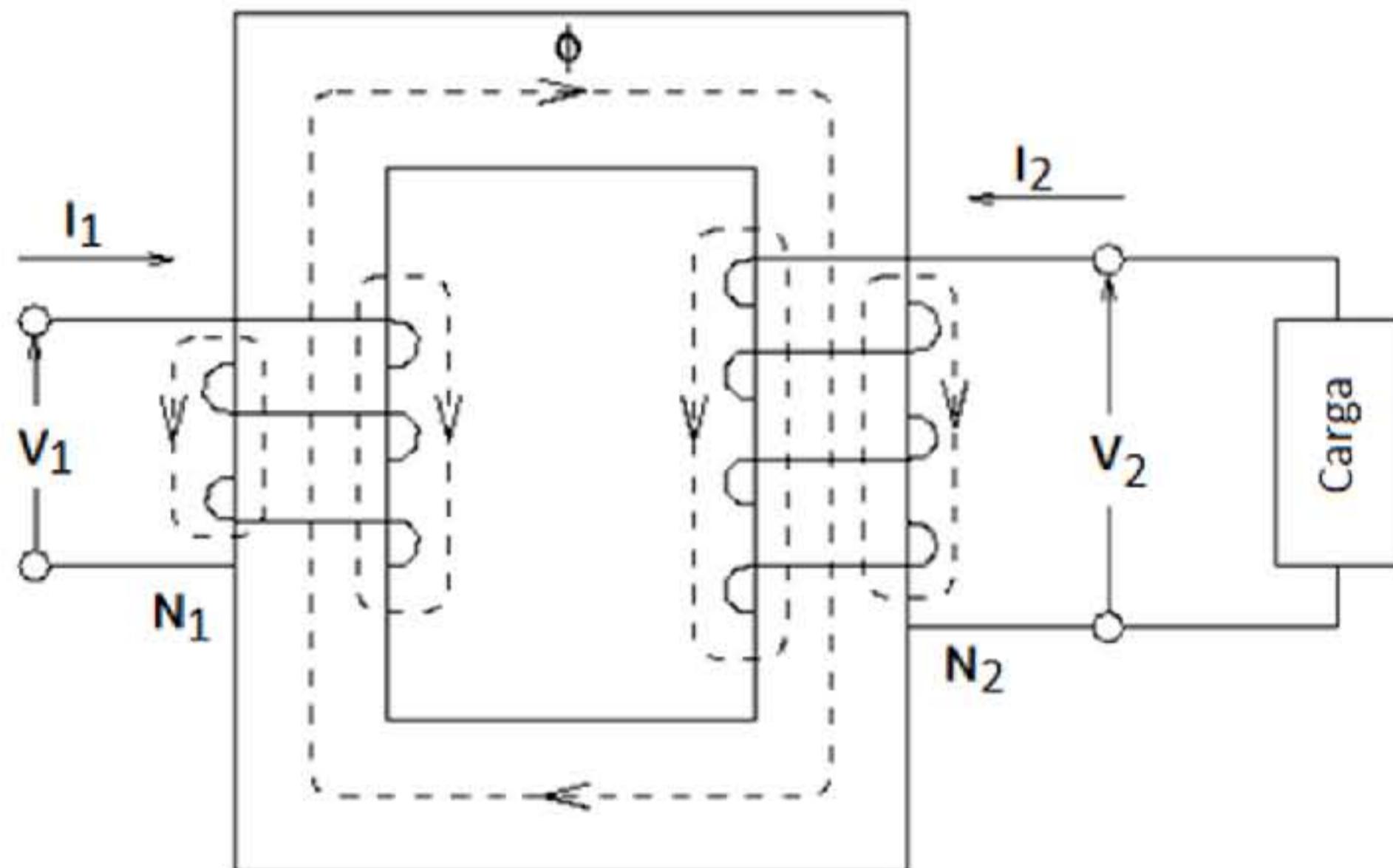




TRANSFORMADORES

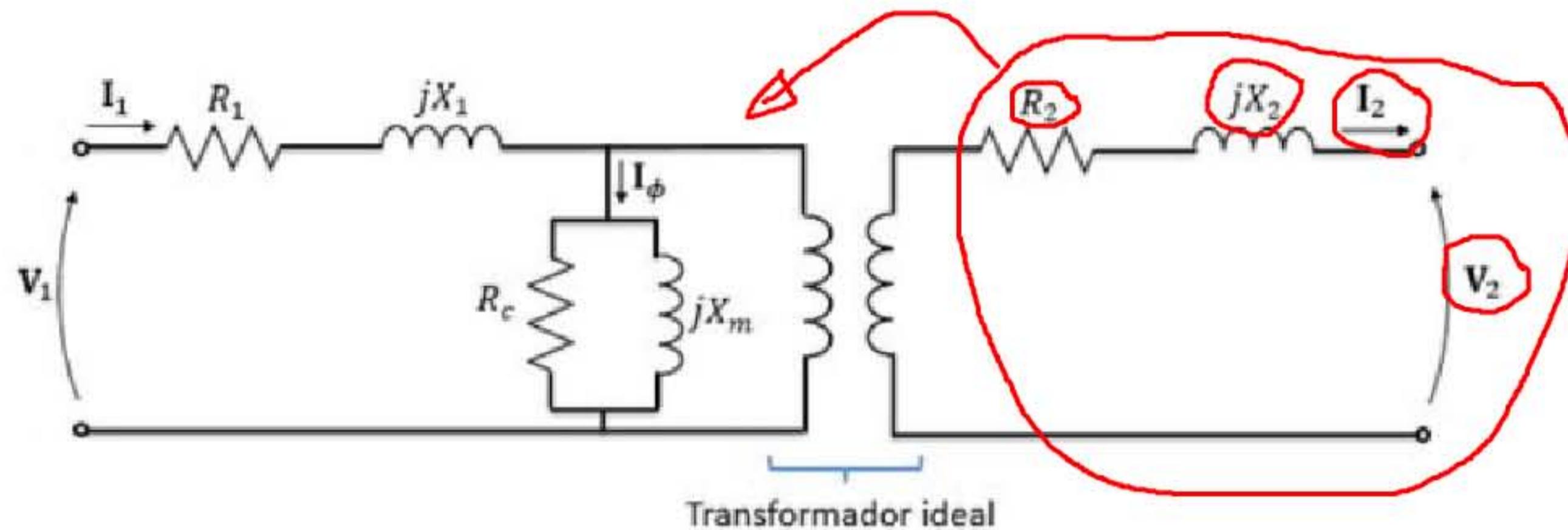
Circuito equivalente

Características



- ⦿ V_1 - Tensão aplicada ao primário
- ⦿ N_1 - Número de espiras do enrolamento primário
- ⦿ I_1 - Corrente no enrolamento primário
- ⦿ V_2 - Tensão induzida no secundário
- ⦿ N_2 - Número de espiras do enrolamento secundário
- ⦿ I_2 - Corrente induzida “entregue” à carga ligada ao secundário
- ⦿ Um núcleo de ferro laminado, fechado , sobre o qual estão enroladas duas bobinas , isoladas entre si

Modelo de estudo



O que temos é:

R_1 = Resistencia do fio da bobina do primário

R_2 = Resistencia do fio da bobina do secundário

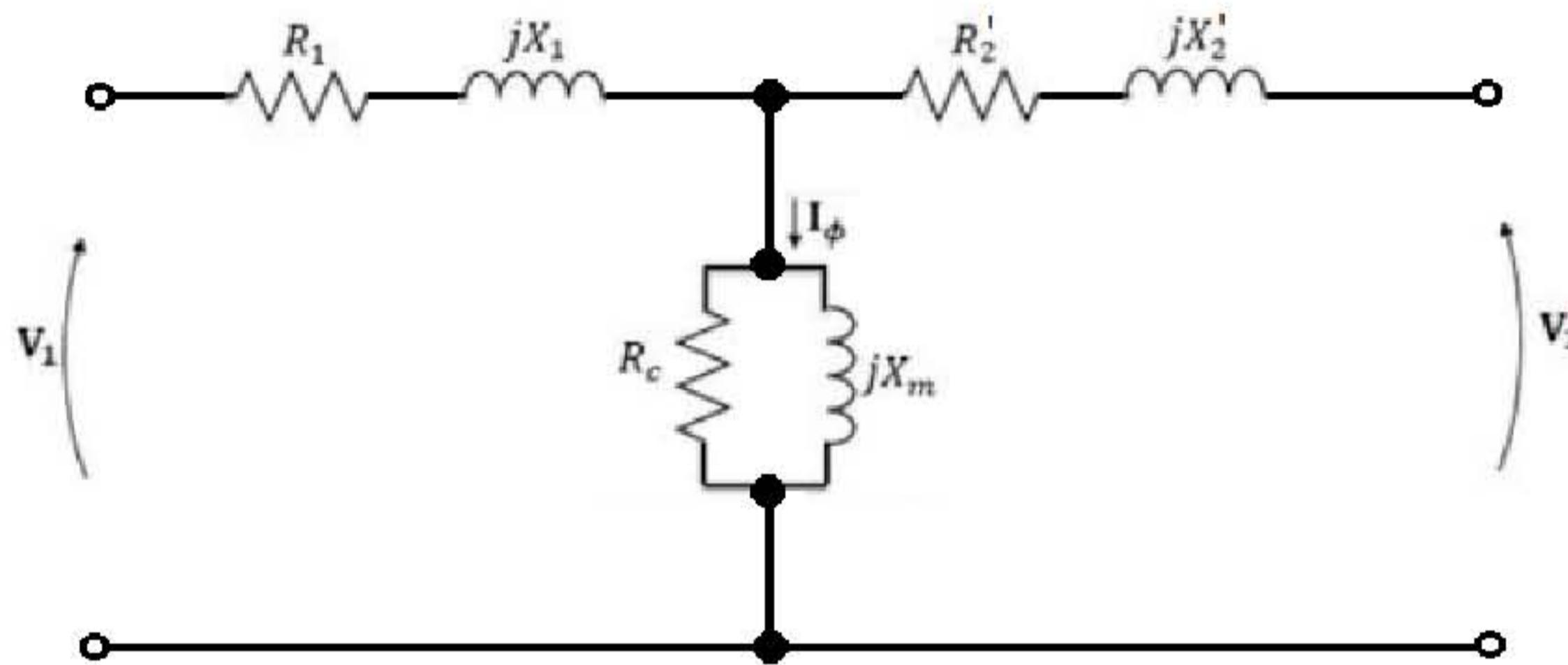
jX_1 = Impedância da bobina do primário

jX_2 = Impedância da bobina do secundário

R_c e jX_m representam as perdas do núcleo

Mas observe que ainda temos no centro o núcleo do transformador. Isto impossibilita seu estudo. Uma forma de corrigir isto é “refletindo” as características do secundário para o primário, ficando com:

O circuito espelhado



Trata-se de uma técnica onde:

R_c e jX_m representam as perdas do núcleo

R'_2 = Resistência do fio da bobina do secundário refletida no primário

jX'_2 = Impedância da bobina do secundário refletida no primário

$$R'_2 = a^2 \times R_2$$

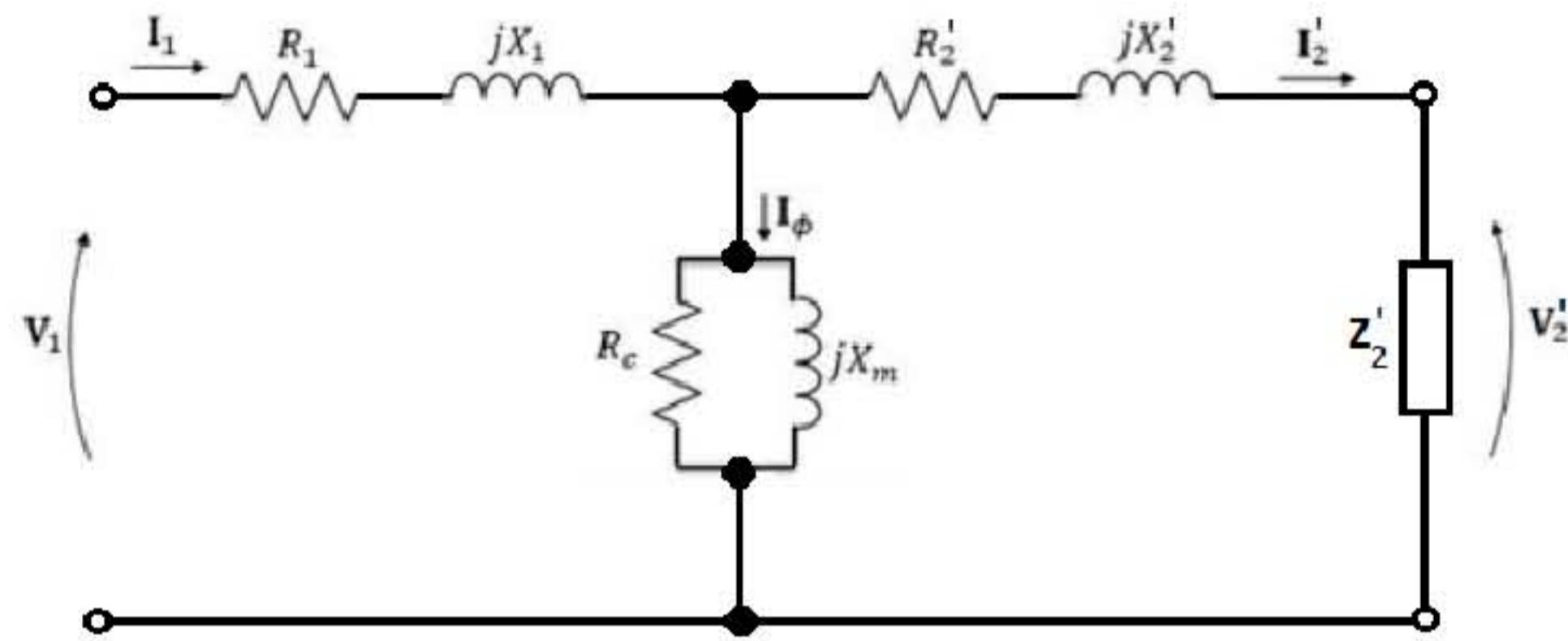
$$jX'_2 = a^2 \times jX_2$$

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

Porém permite a análise de circuito.

$$a^2 = \frac{Z_1}{Z_2}$$

Com carga



Aqui:

Z_2' = Carga no secundário refletida no primário

I_2' = Corrente do secundário refletida no primário

O núcleo tem perda, porém é pequena porque tanto R_c quanto X_m são muito elevados, na ordem de centenas de $\text{K}\Omega$, e a menos que sejam mensuráveis podem ser excluídos dos cálculos.

Exemplo

■ Vamos a um exemplo numérico:

1. Trafo 220:12 (V_{CA}) 60 Hz
2. $R_1 = 900 \Omega$ $X_1 = 1200 \Omega$
3. $R_2 = 400 \Omega$ $X_2 = 620 \Omega$ e $X_m = 40 \text{ K}\Omega$

Calcule:

- a) Módulo e fase da tensão com o 2^{ário} em vazio
- b) Módulo e fase da corrente no 2^{ário} em curto-circuito
- c) Módulo e fase da tensão e corrente no 2^{ário} com carga $Z = 1\text{K}\Omega$

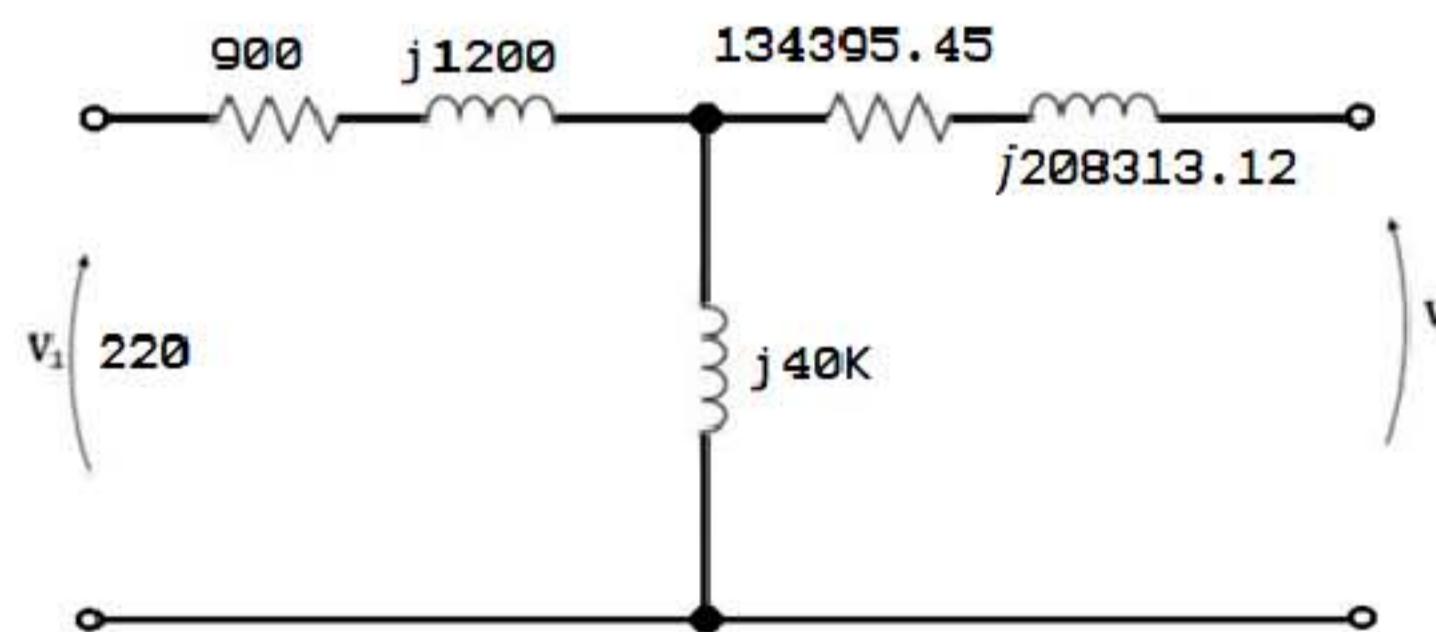
Começamos calculando R'_2 e X'_2 e redesenhando o modelo com as características apresentadas.

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{220}{12} = 18.33$$

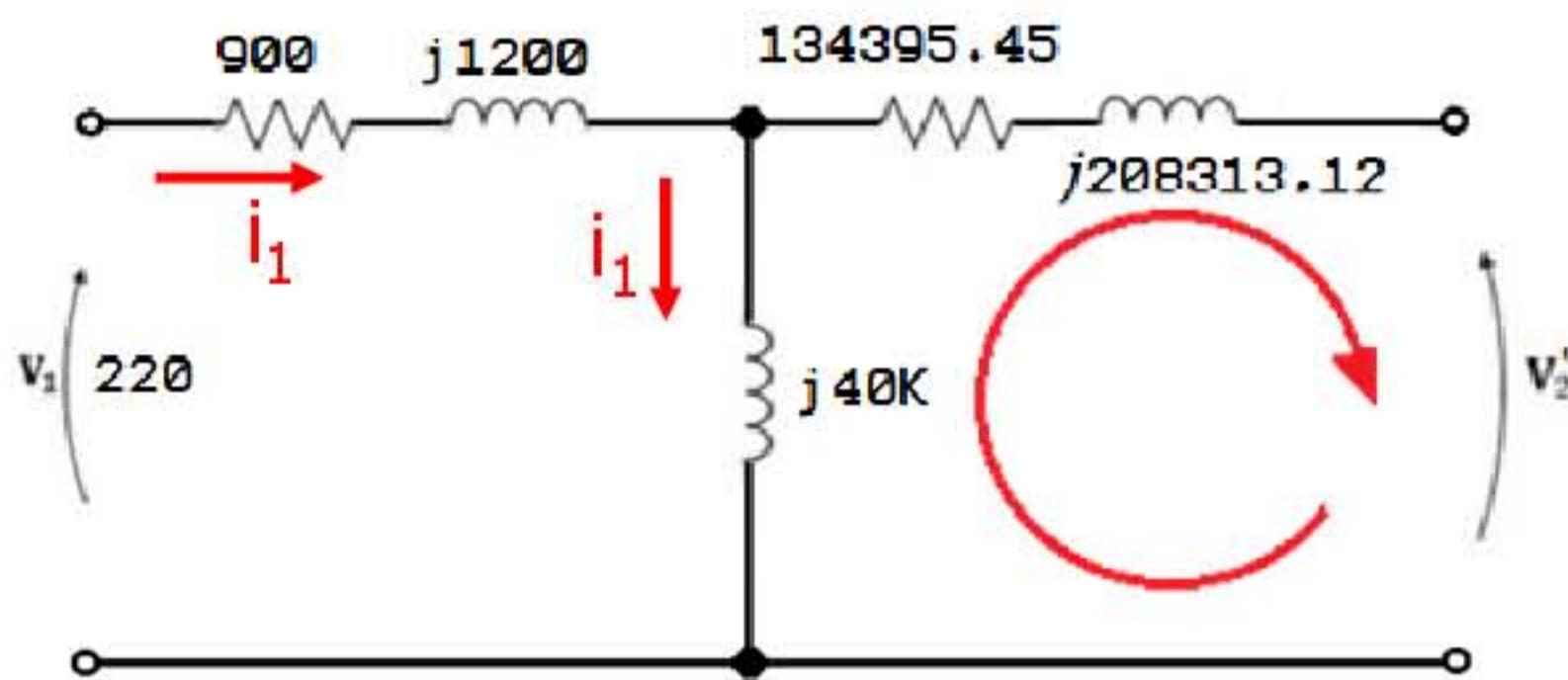
$$R'_2 = (18.33)^2 \times 400 = 134395.45 \Omega$$

$$X'_2 = (18.33)^2 \times j620 = j208313.12 \Omega$$

$$Z'_2 = (18.33)^2 \times 1000 = 18330 \Omega$$



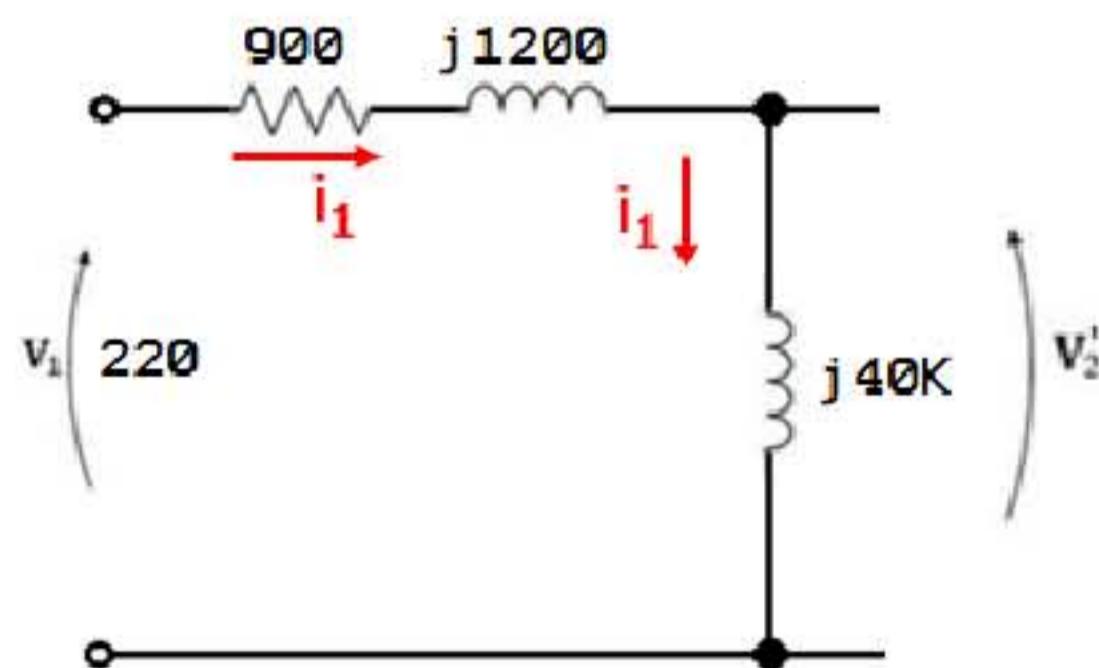
a) Secundário em aberto



Observando o 2^ºário, vemos que está aberto, NÃO há queda de tensão em R'_2 e JX'_2 porque não há corrente e assim, nessa malha:

$$V'_2 = j40000 \times i_1$$

E, é claro, falta i_1 .



Continuando...

Forma um circuito série cuja impedância resultante é:

$$Z_{eqa} = 900 + j1200 + j40000$$

$$Z_{eqa} = 900 + j41200 \text{ ou } 41209.83 \angle 88.75^\circ$$

$$i_1 = \frac{220}{41209.83 \angle 88.75^\circ} = 0.01 \angle -88.75^\circ A$$

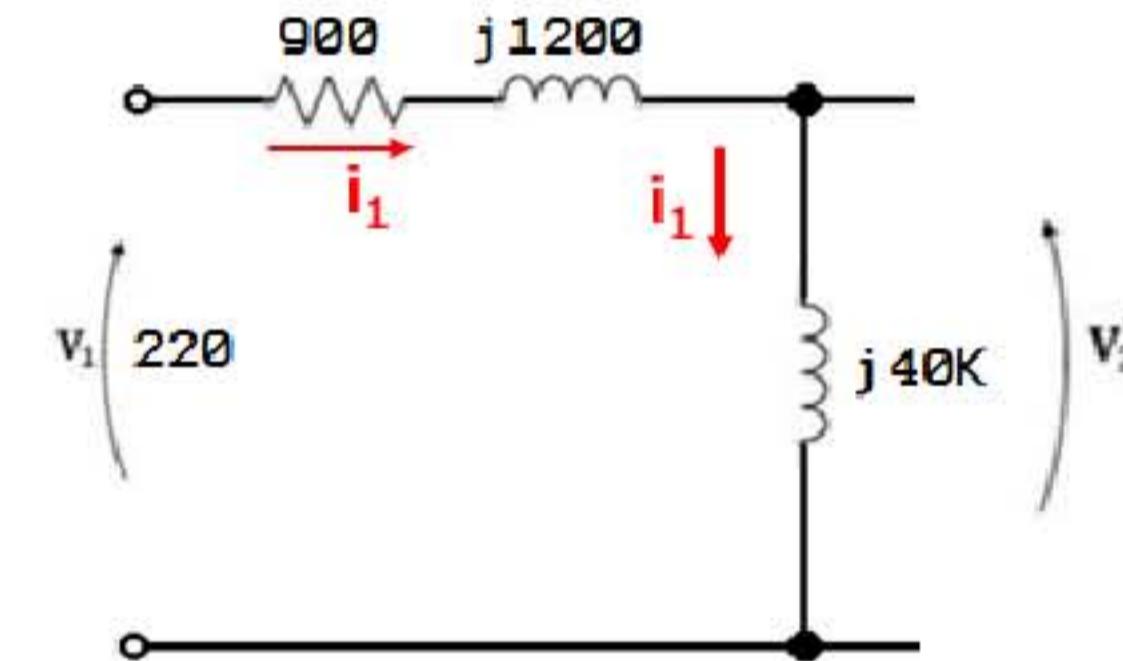
$$i_1 = 0.01 \angle -88.75^\circ A \text{ ou } 1.17 \times 10^{-4} - j0.01 A$$

$$V'_2 = j40000 \times (0.01 \angle -88.75^\circ)$$

$$V'_2 = (40000 \angle 90^\circ) \times (0.01 \angle -88.75^\circ)$$

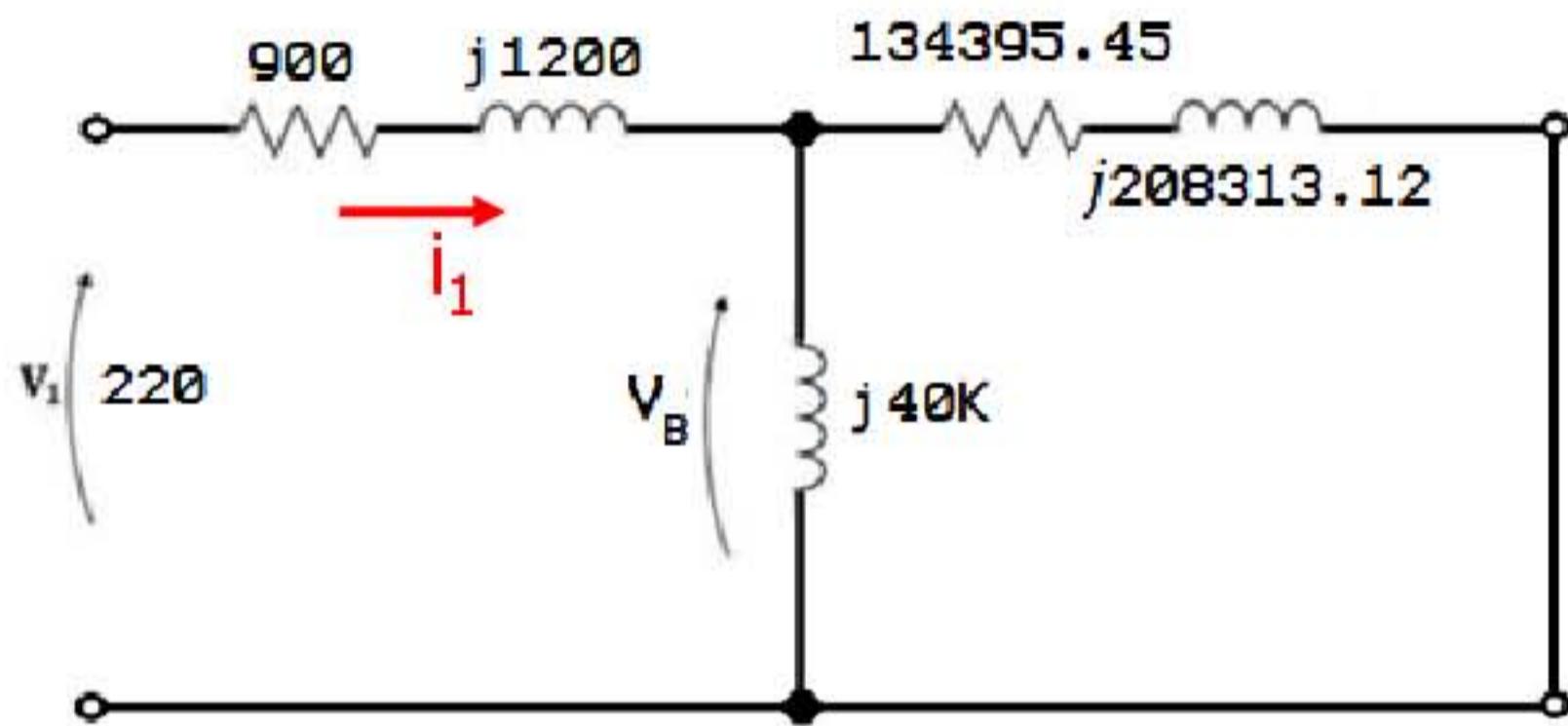
$$V'_2 = 213.54 \angle 1.25^\circ V$$

$$V_2 = \frac{V'_2}{a} = \frac{213.54 \angle 1.25^\circ}{18.33} = 11.65 \angle 1.25^\circ V$$



b) Secundário em curto-circuito

Uma vez calculadas as reflexões, o que temos é:



$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{\frac{1}{134395.45 + j208313.12} + \frac{1}{j40000}}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{\frac{1}{247904.20\angle 57.17^\circ} + \frac{1}{40000\angle 90^\circ}}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{(4.03 \times 10^{-6}\angle -57.17^\circ) + (2.50 \times 10^{-5}\angle -90^\circ)}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{(2.19 \times 10^{-6} - j3.39 \times 10^{-6}) + (-j2.50 \times 10^{-5})}$$

Continuando...

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{(2.19 \times 10^{-6} - j3.39 \times 10^{-6}) + (-j2.50 \times 10^{-5})}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{2.19 \times 10^{-6} - j3.39 \times 10^{-6} - j2.50 \times 10^{-5}}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{2.19 \times 10^{-6} - j2.84 \times 10^{-5}}$$

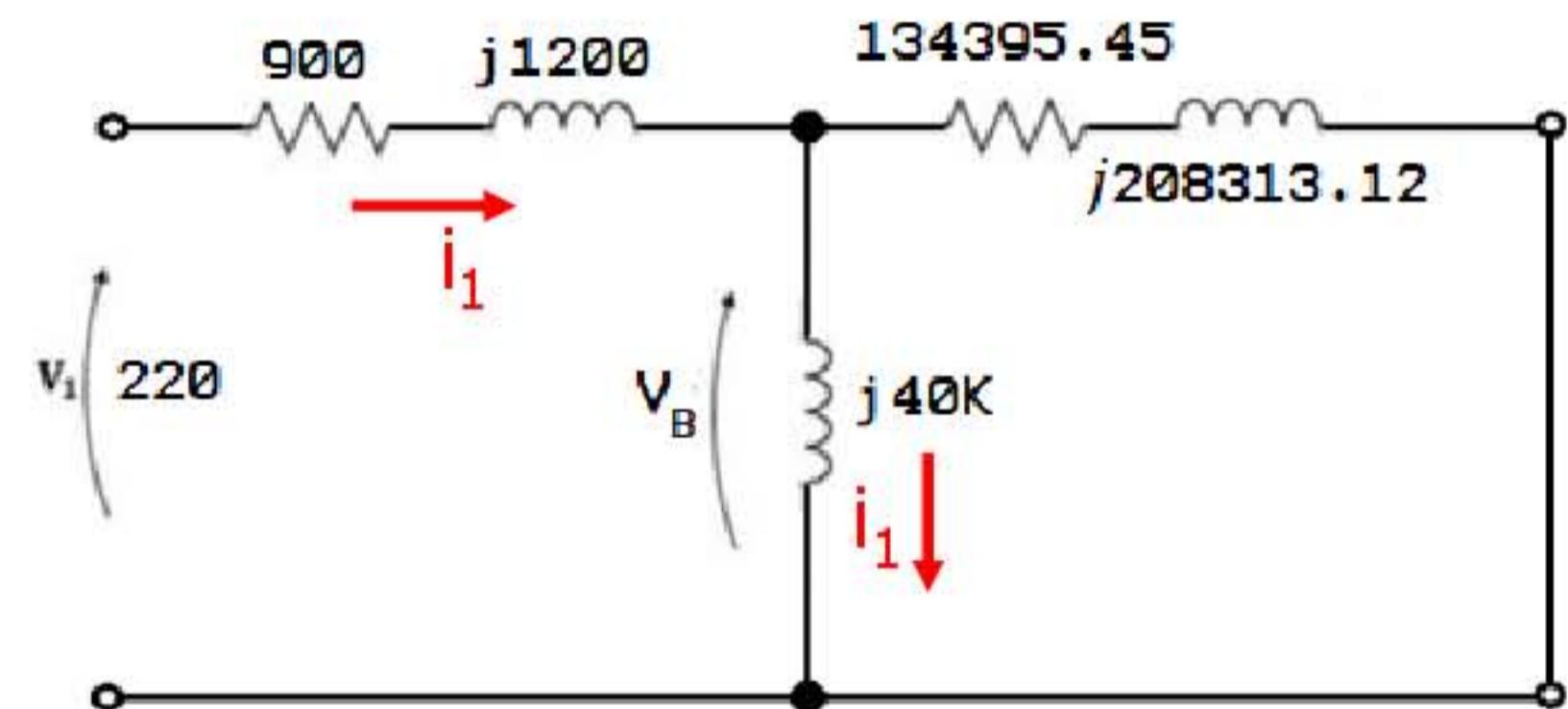
$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + \frac{1}{2.85 \times 10^{-5} \angle -85.59^\circ}$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + (35119.34 \angle 85.59^\circ)$$

$$Z_{eqa} = (900 + j1200) + (2701.08 + j35015.31)$$

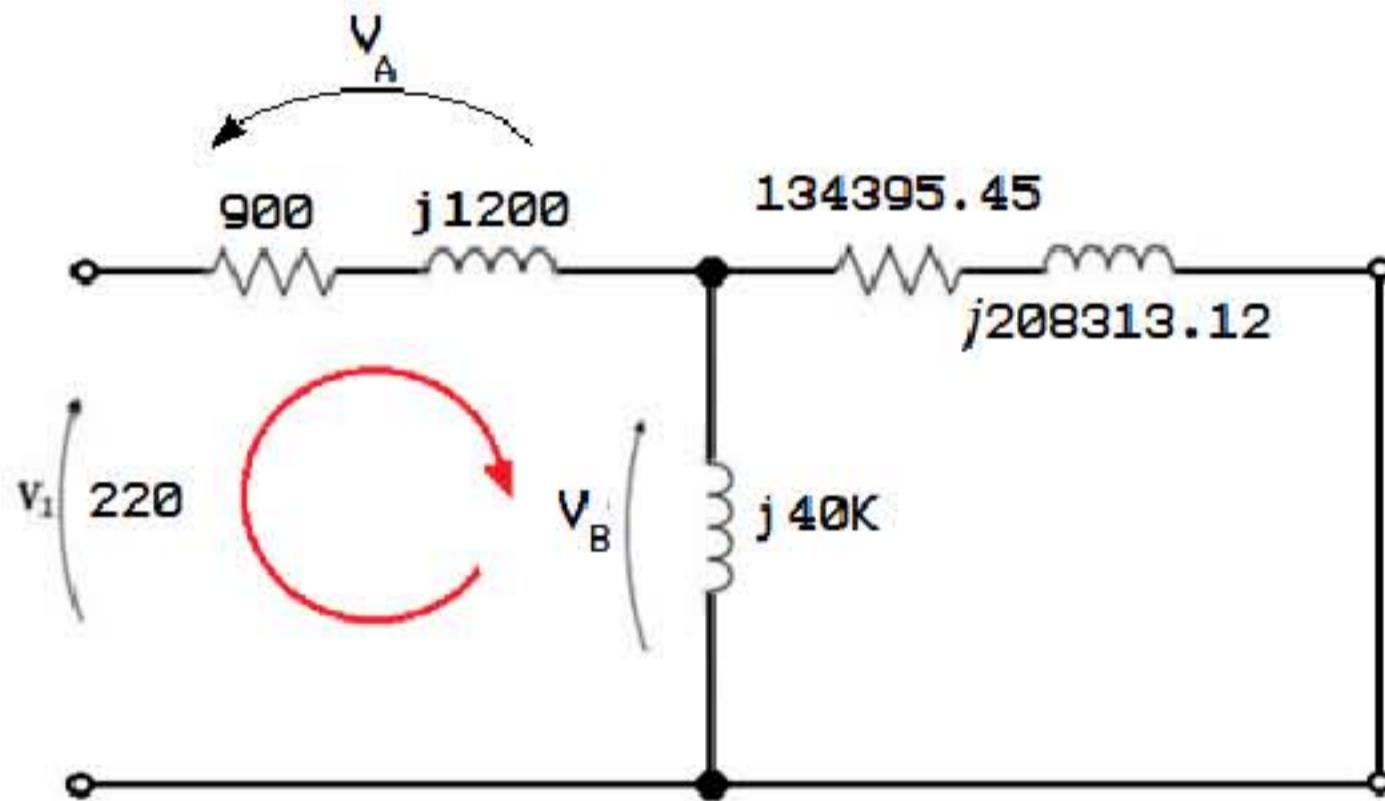
$$Z_{eqa} = 3601.08 + j36215.31 \text{ ou } 36393.91 \angle 84.32^\circ \Omega$$

$$i_1 = \frac{220}{36393.91 \angle 84.32^\circ} = 6.045 \times 10^{-3} \angle -84.32^\circ \text{ ou } 5.98 \times 10^{-4} - j0.01 A$$



Continuando...

Para poder calcular as correntes desejadas, vamos calcular as quedas de tensão V_A e V_B :



$$V_A = (900 + j1200) \times i_1$$

$$V_A = (1500 \angle 53.13^\circ) \times (6.045 \times 10^{-3} \angle -84.32^\circ)$$

$$V_A = 9.07 \angle -31.19^\circ \text{ ou } 7.76 - j4.7 \text{ V}$$

Da malha:

$$V_B = 220 - V_A$$

$$V_B = 220 - (7.76 - j4.7) = 220 - 7.76 + j4.7 = 212.24 + j4.7 \text{ ou } 212.29 \angle 1.27^\circ \text{ V}$$

Continuando...

Assim, podemos calcular a corrente sobre o indutor j40K:

$$i_{nucleo} = \frac{V_B}{j40000} = \frac{212.29 \angle 1.27^\circ}{40000 \angle 90^\circ} = 5.31 \times 10^{-3} \angle -88.73^\circ \text{ ou } 1.18 \times 10^{-4} - j0.01 A$$

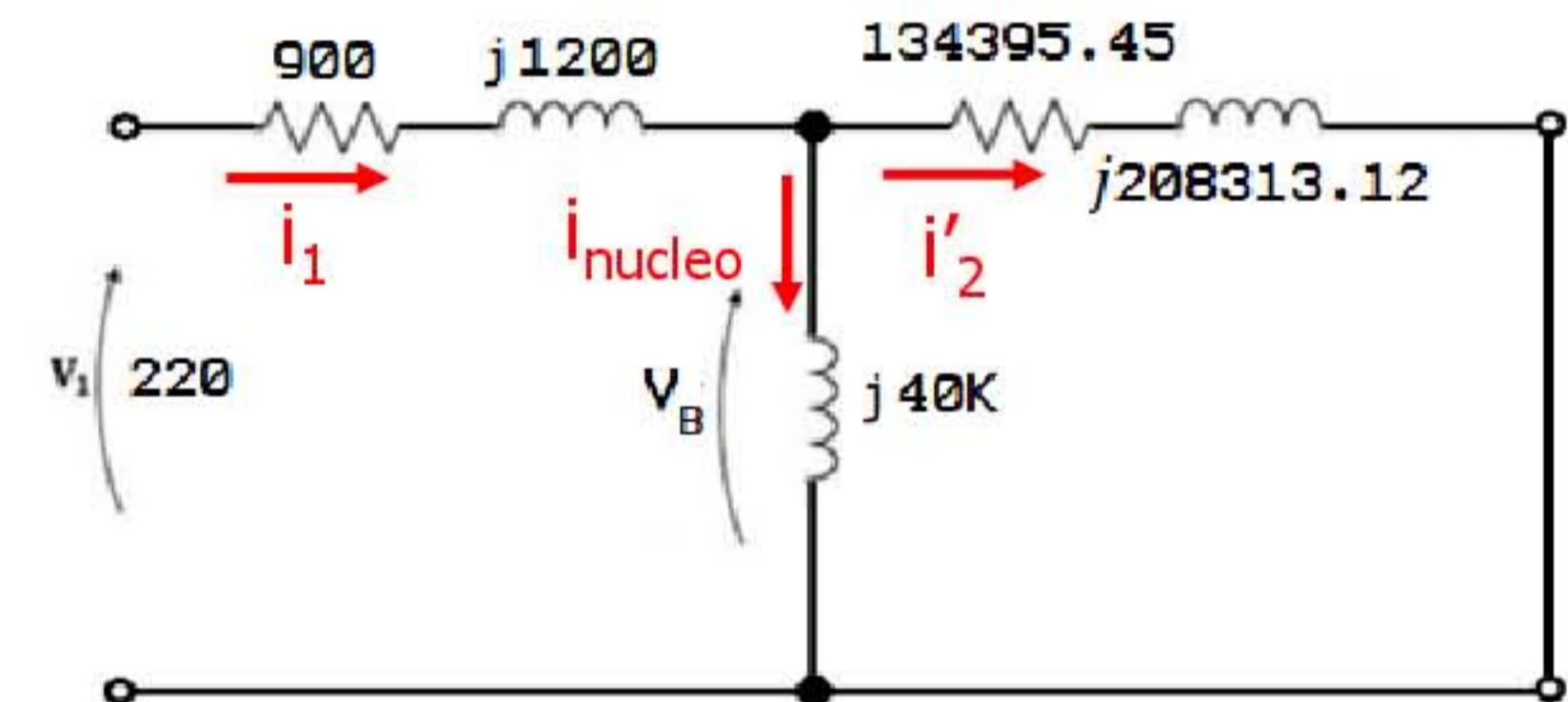
Portanto:

$$i'_2 = i_1 - i_{nucleo} = (5.98 \times 10^{-4} - j0.01) - (1.18 \times 10^{-4} - j0.01)$$

$$i'_2 = i_1 - i_{nucleo} = 4.80 \times 10^{-4} A$$

Então:

$$i_2 = a \times i'_2 = 18.33 \times 4.04 \times 10^{-4} = 0.0088 A$$



Considerações

■ Vamos a alguns cálculos adicionais:

Se $X_1 = 1200 \Omega$ $X_2 = 620 \Omega$ e $X_m = 40 K\Omega$

$$X_L = 2\pi f L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f}$$

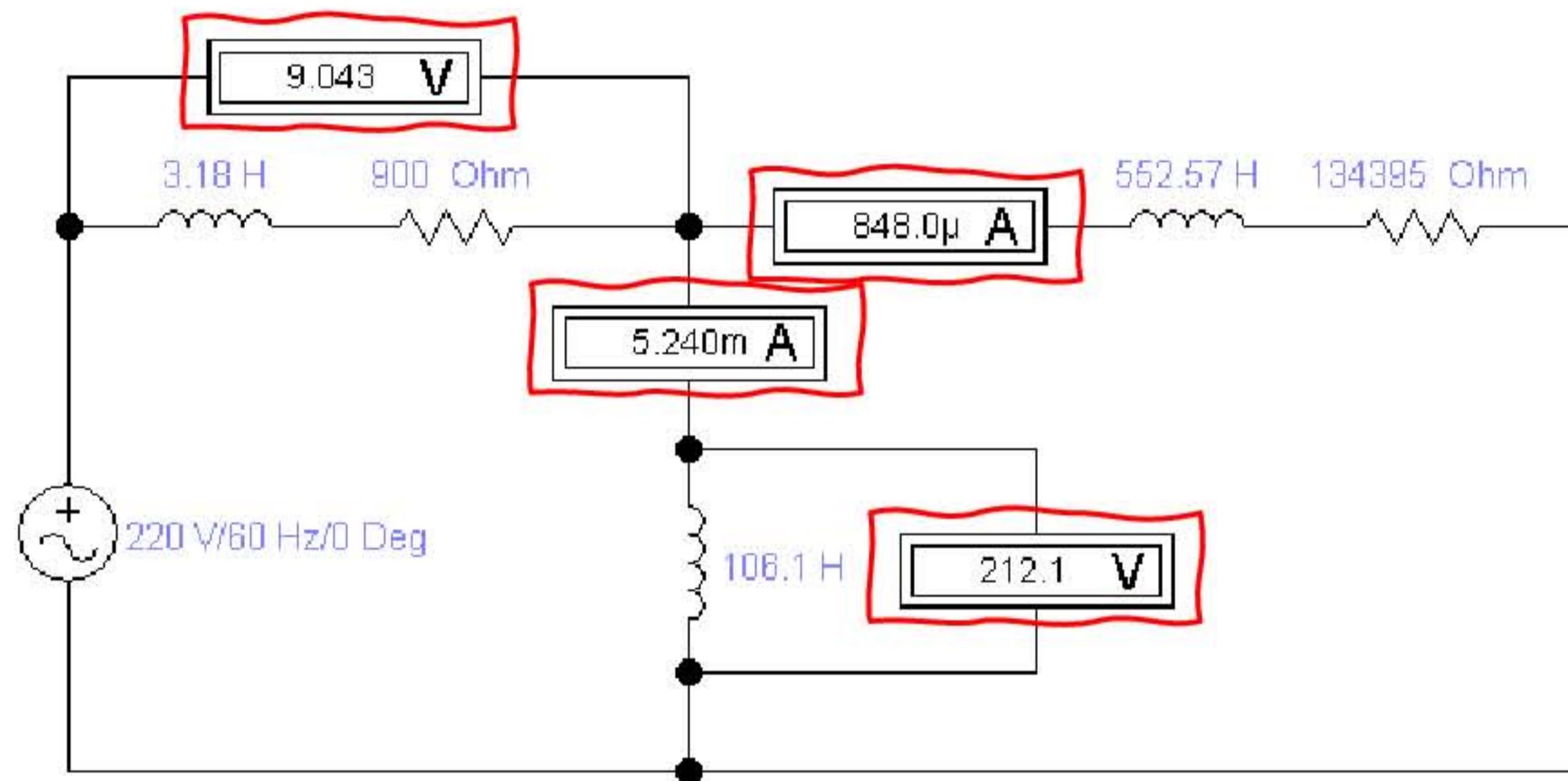
$$X_1 = 2\pi f L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{1200}{2 \times \pi \times 60}$$

$$L_1 = 3.18H$$

$$L_2 = \frac{208313.12}{2 \times \pi \times 60} = 552.57H$$

$$L_m = \frac{40000}{2 \times \pi \times 60} = 106.10H$$

Comparando os dados com o simulador EWB



Do simulador:

$$V_A = 9.043 \text{ V}$$

$$V_B = 212.1 \text{ V}$$

$$i_{nucleo} = 0.00524 \text{ A}$$

$$i'_2 = 848 \mu\text{A}$$

Calculados:

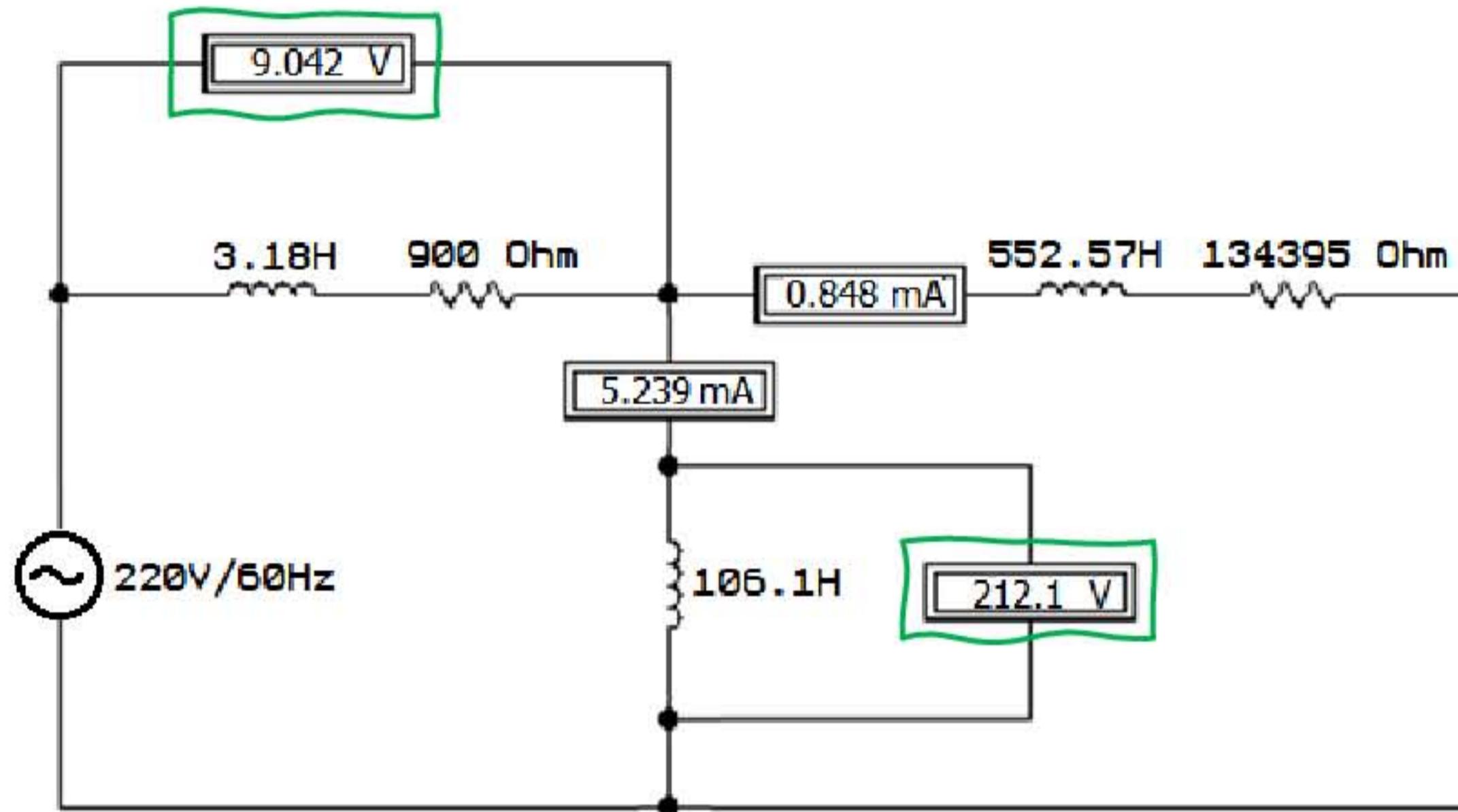
$$V_A = 9.07 \angle -31.19^\circ \text{ V}$$

$$V_B = 212.29 \angle 1.27^\circ \text{ V}$$

$$i_{nucleo} = 0.00531 \angle -88.73^\circ \text{ A}$$

$$i'_2 = 480 \mu\text{A}$$

No simulador EWB com carga de 1K no secundário



■ Do simulador:

$$V_A = 9.042 \text{ V}$$

$$V_B = 212.1 \text{ V}$$

■ Cujos valores esperados são:

$$V_A = 9.07 \angle -31.19^\circ$$

$$V_B = 212.29 \angle 1.27^\circ \text{ V}$$



Muito obrigado !
Até breve !